

Лекция 8

Луа Yaroshevskiy

26 октября

Содержание

1 λ -куб

1

1 λ -куб

Определение. Обобщенные типовые системы

$$\mathcal{F} = x \mid \mathcal{F} \mathcal{F} \mid \lambda x : \mathcal{F}. \mathcal{F} \mid \Pi x : \mathcal{F}. \mathcal{F} \mid c$$
$$c = * \mid \square$$

Обозначение. Обозначим за s множество $(*, \square)$

Обозначение. $x : y : z \implies x : y$ и $y : z$

Определение.

- Аксиома

$$\overline{\vdash * : \square}$$

- Начальное правило

$$\frac{\Gamma \vdash A : s}{\Gamma, x : A \vdash x : A} \quad x \notin FV(\Gamma)$$

- Применение

$$\frac{\Gamma \vdash \varphi : (\Pi x : A. B) : s \quad \Gamma \vdash a : A}{\Gamma \vdash (\varphi a) : (B[x := A])}$$

- Conversion (преобразование)

$$\frac{\Gamma \vdash A : B \quad \Gamma \vdash B' : s \quad B =_{\beta} B'}{\Gamma \vdash A : B'}$$

- Ослабление

$$\frac{\Gamma \vdash B : C \quad \Gamma \vdash A : s}{\Gamma, x : A \vdash B : C} \quad x \notin FV(\Gamma)$$

Пример.

1 `array[a..b] of int`

`array[a..b] of` — функция на типах. Ее род: $* \rightarrow *$. Применяя ее к `int` получим `int[a..b]`.

Примечание.

$$\begin{array}{cccc} 7 & : & \text{int} & : & * & : & \square \\ \text{знач.} & & \text{тип} & & \text{род} & & \text{сорт} \\ \text{value} & & \text{type} & & \text{kind} & & \text{sort} \end{array}$$

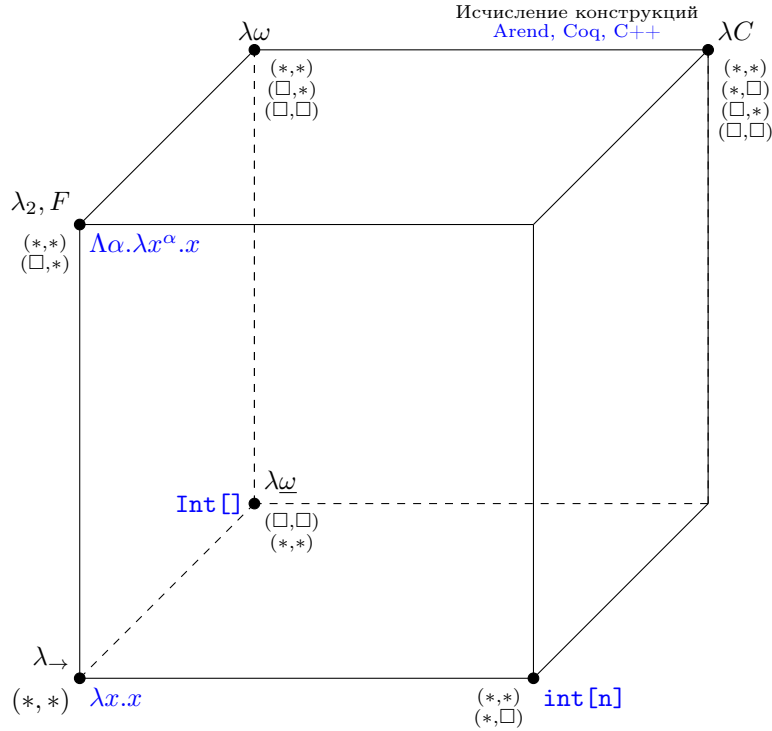
Определение. $S \subseteq C \times C$ — параметризует т.с. $(s_1, s_2) \in S$

- П-правило

$$\frac{\Gamma \vdash A : s_1 \quad \Gamma, x : A \vdash B : s_2}{\Gamma \vdash (\Pi x : A. B) : s_2}$$

- λ-правило

$$\frac{\Gamma \vdash A : s_1 \quad \Gamma, x : A \vdash b : B \quad \Gamma, x : A \vdash B : s_2}{\Gamma \vdash (\lambda x : A. b) : (\Pi x : A. B)}$$



Определение. Сокращение: $\varphi \rightarrow \pi$ заменим на $\Pi x : \varphi. \pi$ если $x \notin FV(\pi)$

Примечание. Пусть $x \notin FV(B)$

$$\frac{\Gamma \vdash A : * \quad \Gamma, x : A \vdash b : B \quad \Gamma \vdash B : *}{\Gamma \vdash (\lambda x : A. b) : A \rightarrow B}$$

Примечание.

```
1 printf("%d", "a") // нельзя
```

`printf` : $(x : \text{string}) \rightarrow F(x)$, пишем так: $\Pi x : \text{string}. F(x)$

Пример.

```
1 template <int n, int m>
2 class matrix {
3     // -- snip --
4 };
```

$$= \lambda n^{\text{int}}. \lambda m \Pi n^{\text{int}}. \Pi m^{\text{int}}. \exists \alpha. a \& \alpha : \square$$

Пример.

```
1 data List a = Nil | Const a (List a)
```

- List: $* \rightarrow * : \square$
- Nil: $(a : *) \rightarrow \text{List}_a \equiv \Pi a^*. \text{List}_a : \square$

- Cons: $(a : *) \rightarrow (h : a : *) \rightarrow (t : \text{List}_a : *) \rightarrow (\text{List}_a : *) : \square$

$$\frac{\frac{\frac{}{\vdash * : \square}}{\vdash * : \square} \quad \frac{\frac{\frac{}{\vdash * : \square}}{\vdash * : \square} \quad \frac{}{\vdash * : \square}}{* : \square \vdash * : \square}}{\vdash * \rightarrow * : \square}}{\Pi x^* . * : \square}}$$