Лекция 6

Ilya Yaroshevskiy

12 октября

Содержание

1 Абстрактные типы данных

ООП = АТД + наследование

Определение. $\exists\alpha. \underbrace{\varphi}_{\text{интерфейс}}$

Пример. Стэк:

$$\texttt{push} : \alpha \to \alpha\ \texttt{stack} \to \alpha\ \texttt{stack}$$

$$\texttt{pop} : \alpha\ \texttt{stack} \to (\alpha \cdot \alpha\ \texttt{stack})$$

$$\texttt{empty} : \alpha\ \texttt{stack}$$

$$\exists\alpha.(\eta \to \alpha \to \alpha)\&(\alpha \to \alpha\&\eta)\&\alpha$$

Определение.

$$\frac{\Gamma \vdash \varphi[x := \Theta]}{\Gamma \vdash \exists x.\varphi}$$

$$\frac{\Gamma, \psi \vdash \varphi \quad \Gamma \vdash \exists x.\psi}{\Gamma \vdash \varphi}\ x \notin FV(\Gamma)$$

$$\frac{\Gamma \vdash M : \delta[\alpha := \tau]}{\Gamma \vdash \textbf{pack}\ \tau, M\ \textbf{to}\ \exists\alpha.\delta : \exists\alpha.\delta}$$

$$\frac{\Gamma, x : \delta \vdash M : \rho \quad \Gamma \vdash S : \exists\alpha.\delta}{\Gamma \vdash \textbf{abstype}\ \alpha\ \textbf{with}\ x : \delta\ \textbf{is}\ S\ \textbf{in}\ M : \rho}\ x \notin FV(\Gamma)$$

Пример.

$$\delta \equiv \underbrace{(\eta \to \alpha \to \alpha)}_{\text{push}} \& \underbrace{(\alpha \to (\eta\&\alpha))}_{\text{pop}} \& \underbrace{\alpha}_{\text{empty}}$$

abstype τ **with** $x : \delta$
is (**pack** $\tau, (\text{push}, \text{pop}, \text{empty})$ **to** $\exists\alpha.\delta$)
in $\pi_l\ (x_2\ (x_1\ 5\ x_3))$
Где, например, $\tau = [\eta\ \text{List}]$, push $=$ `cons`, pop $= \lambda$`(x:xs)` $\to$ `(x, xs)`, empty $=$ `[]`

Пример.

$$\texttt{set} : \text{bool} \to \alpha$$

$$\texttt{isTrue} : \alpha \to \text{bool}$$

$$\delta \equiv (\text{bool} \to \alpha)\&(\alpha \to \text{bool})$$

$$\xi = (\text{bool} \to \text{bool})\&(\text{bool} \to \text{bool})$$

$$\Gamma \vdash \underbrace{\delta[\alpha := \text{bool}]}_{\xi}$$

abstype bool **with** $x : \delta$
is $(\textbf{pack}\ \text{bool}, \underbrace{(\lambda x^{\text{bool}}.x, \lambda x^{\alpha}.x)}_{\xi}\ \textbf{to}\ \exists\alpha.\delta)$
in $x_2\ (x_1\ \text{true}) \twoheadrightarrow_\beta \text{true}$

Примечание. compute $\approx \lambda x^{\delta}.x_2\ (x_1\ \text{true})$

$$\text{case}\ E^{\alpha\vee\beta}\ A^{\alpha\to\beta}\ B^{\beta\to\rho}$$

Передадим типовой параметр в compute:

$$\text{compute} = \Lambda\alpha.\lambda x^{(\to\alpha)\&(\alpha\to)}.x_2\ (x_1\ \text{true})$$

Примечание.

$$\textbf{pack}\ \tau, M\ \textbf{to}\ \exists\alpha.\sigma \equiv \Lambda\beta.\lambda x^{\forall\alpha.\sigma\to\beta}.x\ \tau\ M$$

$$\textbf{abstype}\ \tau\ \textbf{with}\ x : \sigma\ \textbf{is}\ M\ \textbf{in}\ N : \rho \equiv M\ \rho\ (\Lambda\tau.\lambda x^{\sigma}.N)$$

2 Система F

Теорема 2.1. Система F сильно нормализуема

Теорема 2.2. Система F неразрешима