

# Лекция 15

Луя Yaroshevskiy

21 декабря

## Содержание

### 1 Подтипы

1

## 1 Подтипы

*Примечание.* Полиморфизм:

- Параметрический
  - Параметрический полиморфизм как X-M, F  
 $\forall x.x \rightarrow x$
  - Перегрузка Ad-Нос

---

```
1 print("a")
2 print(7)
```

---

- Наследственный
  - ООП
  - Приведение

**Определение.**  $F \prec G$  ( $F$  подтип  $G$ ):

- $f : F, g : G$
- $f$  годится везде, где годится  $g$

*Примечание.*  $F \prec G$

- $T = F \rightarrow H$
- $S = G \rightarrow H$

тогда  $S \prec T$

- $T' = H \rightarrow F$
- $S' = H \rightarrow G$

тогда  $T' \prec S'$

**Определение. Вариантность**

- Ковариантность:  $a \prec_F b, f(a) \prec_G f(b)$
- Контрвариантность:  $a \prec_F b, g(a) \succ_H g(b)$

*Пример.* Рассмотрим списки  $A \prec B$ :

- `set` — ковариантен,  $B[] \prec A[]$

- **get** — контрвариантен,  $A[] \prec B[]$

Списко инвариантен

**Определение.**  $A[x] = x \rightarrow H, A : * \rightarrow *$

**Определение.**  $F_{\prec}$ :

1.  $\frac{}{S \prec S}$  — рефлексивность
2.  $\frac{}{S \prec \text{Top}}$ , где  $\text{Top}$  — константа(тип)
3.  $\frac{S \prec U \quad U \prec T}{S \prec T}$  — транзитивность
4.  $\frac{T_1 \prec S_1 \quad S_2 \prec T_2}{S_1 \rightarrow S_2 \prec T_1 \rightarrow T_2}$
5.  $\frac{\Gamma \vdash t : S \quad S \prec T}{\Gamma \vdash t : T}$

*Примечание.* Хотим делать ограничения на кванторы  $\forall x. x \rightarrow x$

$$\frac{}{\Gamma \vdash \text{Top} : *}$$

$$\frac{X \prec T, \Gamma \vdash T : K}{X \prec T, \Gamma \vdash X : K}$$

$$\frac{\Gamma, X \prec T_1 \vdash T_2 : *}{\Gamma \vdash \forall x \prec T_1.T_2 : *}$$

$$\frac{\Gamma \vdash S : *}{\Gamma \vdash S \prec \text{Top}}$$

*Примечание.* Есть 2 варианта исчисления:

- Ядерное (проще работать)

$$\frac{\Gamma \vdash U_1 : K_1 \quad \Gamma, X \prec U_1 \vdash S_2 \prec T_2}{\Gamma \vdash \forall x \prec U_1.S_2 \prec \forall x \prec U_1.T_2}$$

- Полное

$$\frac{\Gamma \vdash U_2 \prec U_1 \quad \Gamma, X \prec U_1 \vdash S_2 \prec T_2}{\Gamma \vdash \forall x \prec U_1.S_2 \prec \forall x \prec U_2.T_2}$$

*Примечание.* Соберем ООП:

- $(\prec)$
- $\exists$  (экзистенциальные типы)
- $B = A + \{x : S\} \prec A = \{ \dots \}$

$$\overline{\{l_i : T_{i=1\dots n+k}\}} \prec \overline{\{l_i : T_{i=1\dots n}\}}$$