Практика 5

Ilya Yaroshevskiy

13 мая 2023 г.

Содержание

1 Формула Пуассона(формула редких событий) **1**

2 ДЗ **2**

Задача 1. Брак при изготовлении детали состовляет 20%. Найти веротяность того что из 10 деталей не менее 3х годные.

Решение.

$$n = 10;\ p = 0.8;\ q = 0.2;\ 3 \le k \le 10$$

$$P_{10}(3 \le j \le 10) = 1 - P_{10}(k < 3) = 1 - (P_{10}(0) + P_{10}(1) + P_{10}(2)) \approx 1 - (q^{10} + C_{10}^1 \cdot p^1 \cdot q^9 + C_{10}^2 \cdot p^2 \cdot q^8) =$$
$$= 1 - (0.2^8 + 10 \cdot 0.8 \cdot 0.2^9 + 45 \cdot 0.8^2 \cdot 0.2^8) \approx 0.999$$

Задача 2. Найти вероятность того что при 180 бросаниях кости шестерка выпала 27 раз

Решение.

$$P_{180}(27) = C_{180}^{27} p^{27} q^{180-27} = C_{180}^{27} \left(\frac{1}{6}\right)^{27} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{180-27} \approx 0.069$$

$$P_{180}(27) = \frac{1}{\sqrt{180 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}}} \cdot \varphi\left(\frac{27 - 180 \cdot \frac{1}{6}}{\sqrt{180 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}}}\right) \approx 0.0666$$

Задача 3. Брак составляет 20%. Найти вероятность того, что из 900 деталей бракованных будет от 170 до 200

Решение.

$$x_1 = \frac{170 - 900 \cdot 0.2}{\sqrt{900 \cdot 0.2 \cdot 0.8}} \approx -0.83$$
$$x_2 = \frac{200 - 900 \cdot 0.2}{\sqrt{900 \cdot 0.2 \cdot 0.8}} \approx 1.67$$
$$P_{900} 170 \le k \le 200 \approx \Phi(x_1) - \Phi(x_2) \approx 0.4515 + 0.2967 = 0.7482$$

1 Формула Пуассона(формула редких событий)

Применяем при $p < \frac{1}{10}$ или $n \ge 100$

$$P_n(k) \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

, где $\lambda = np$

Пример. Вероятность звонка в службу поддержки — 0.2. Найти вероятность того, что из 100 человек в службу поддержки позвонили от 1 до 3 человек.

$$n = 100;\ p = 0.02;\ \lambda = np = 100 \cdot 0.02 = 2;\ 1 \le x \le 3$$

$$P_{100}(1 \le k \le 3) = P_{100}(1) + P_{100}(2) + P_{100}(3) = \frac{2^1}{1!} e^{-2} + \frac{2^2}{2!} e^{-2} + \frac{2^3}{3!} e^{-2} = (2 + 2 + \frac{4}{3}) e^{-2} \approx 0.7218$$

Задача 4. Вероятность клика по банеру на одной странице — 0.005. Найти вероятность того что на 1000 страниц будет 7 кликов по банеру

Решение.

$$n = 1000;\ p = 0.005;\ k = 7;\ \lambda = np = 1000 \cdot 0.005 = 5$$

$$P_{1000}(7) \approx \frac{5^7}{7!} e^{-5} \approx 0.1044$$

Задача 5. Прибор состоит из 100 элементов. Вероятность отказа каждого элемента — $\frac{1}{100}$. Найти вероятность отказа больше 2 элемнтов

Решение.

$$n = 100;\ p = 0.01;\ \lambda = np = 100 \cdot 0.01 = 1$$

$$P_{100}(k > 2) = 1 - P_{100}(k \leq 2) = 1 - (P_{100}(0) + P_{100}(1) + P_{100}(2)) =$$

$$= 1 - (q^{100} + C_{100}^1 \cdot p \cdot q^{99} + C_{100}^2 \cdot p^2 \cdot q^{98}) \approx 0.07937$$

$$= 1 - \left(\frac{1^0}{0!} + \frac{1^1}{1!} + \frac{1^2}{2!}\right) \cdot e^{-1} \approx 0.0803$$

2 ДЗ

Задача 6. Вероятность потери посылки на почте — 0.1. Найти веротяность того что из 10 посылок будут потеряны не болле 2х.

Задача 7. Вероятность попадания стрелка в цель — 0.7. Найти веротяность того, что из 1000 выстрелов точными будут 710.

Задача 8. Найти вероятность того что при 10000 бросаниях монеты герб выпадет от 4980 до 5020 раз.

Задача 9. Вероятность опечатки на одной странице — 0.025. Найти вероятность того что в книге из 1000 страниц будет 3 опечатки.