

Задача А. Разбор утверждения

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

На вход вашей программе дается утверждение в следующей грамматике:

$$\begin{aligned} \langle \text{Файл} \rangle &::= \langle \text{Выражение} \rangle \\ \langle \text{Выражение} \rangle &::= \langle \text{Дизъюнкция} \rangle \mid \langle \text{Дизъюнкция} \rangle \text{'->'} \langle \text{Выражение} \rangle \\ \langle \text{Дизъюнкция} \rangle &::= \langle \text{Конъюнкция} \rangle \mid \langle \text{Дизъюнкция} \rangle \text{'|'} \langle \text{Конъюнкция} \rangle \\ \langle \text{Конъюнкция} \rangle &::= \langle \text{Отрицание} \rangle \mid \langle \text{Конъюнкция} \rangle \text{'\&'} \langle \text{Отрицание} \rangle \\ \langle \text{Отрицание} \rangle &::= \text{'!'} \langle \text{Отрицание} \rangle \mid \langle \text{Переменная} \rangle \mid \text{'('} \langle \text{Выражение} \rangle \text{'\>'} \\ \langle \text{Переменная} \rangle &::= (\text{'A'} \dots \text{'Z'}) \{ \text{'A'} \dots \text{'Z'} \mid \text{'0'} \dots \text{'9'} \mid \text{'\"'} \}^* \end{aligned}$$

Имена переменных не содержат пробелов. Между символами оператора ‘->’ нет пробелов. В остальных местах пробелы могут присутствовать. Символы табуляции и возврата каретки должны трактоваться как пробелы.

Вам требуется написать программу, разбирающую утверждение и строящую его дерево разбора, и выводящую полученное дерево в единственной строке без пробелов в следующей грамматике:

$$\begin{aligned} \langle \text{Файл} \rangle &::= \langle \text{Вершина} \rangle \\ \langle \text{Вершина} \rangle &::= \text{'('} \langle \text{Знак} \rangle \text{'\>'} \langle \text{Вершина} \rangle \text{'\&'} \langle \text{Вершина} \rangle \text{'\>'} \\ &\mid \text{'('} \langle \text{Вершина} \rangle \text{'\>'} \\ &\mid \langle \text{Переменная} \rangle \\ \langle \text{Знак} \rangle &::= \text{'->'} \mid \text{'|'} \mid \text{'\&'} \\ \langle \text{Переменная} \rangle &::= (\text{'A'} \dots \text{'Z'}) \{ \text{'A'} \dots \text{'Z'} \mid \text{'0'} \dots \text{'9'} \mid \text{'\"'} \}^* \end{aligned}$$

Формат входных данных

В единственной строке входного файла дано утверждение в грамматике из условия. Размер входного файла не превышает 100 КБ.

Формат выходных данных

В единственной строке выходного файла выведите дерево разбора утверждения без пробелов.

Примеры

стандартный ввод
!A&!B->(A B)
стандартный вывод
(->,(&,(!A),(!B)),(!(,A,B)))
стандартный ввод
P1' ->!QQ->!R10&S !T&U&V
стандартный вывод
(->,P1',(->,(!QQ),(,(&,(!R10),S),(&,(&,(!T),U),V)))

Задача В. Перестроение доказательства

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

В данной задаче требуется проверить доказательство выражения в гильбертовском варианте интуиционистского исчисления высказываний и перестроить его в доказательство в натуральном выводе.

Формат входных данных

На вход дается доказательство утверждения в соответствии со следующей грамматикой:

$\langle \text{Файл} \rangle$::=	$\langle \text{Контекст} \rangle \text{' -' } \langle \text{Выражение} \rangle \text{'\n' } \langle \text{Строка} \rangle^*$
$\langle \text{Контекст} \rangle$::=	$\langle \text{Выражение} \rangle [\text{' , ' } \langle \text{Выражение} \rangle]^*$
		' '
$\langle \text{Строка} \rangle$::=	$\langle \text{Выражение} \rangle \text{'\n'}$
$\langle \text{Выражение} \rangle$::=	$\langle \text{Выражение} \rangle \text{'\&' } \langle \text{Выражение} \rangle$
		$\langle \text{Выражение} \rangle \text{' ' } \langle \text{Выражение} \rangle$
		$\langle \text{Выражение} \rangle \text{'->' } \langle \text{Выражение} \rangle$
		$\text{'!' } \langle \text{Выражение} \rangle$
		$\text{'(' } \langle \text{Выражение} \rangle \text{' ')'}$
		$\langle \text{Переменная} \rangle$
$\langle \text{Переменная} \rangle$::=	$(\text{'A' } \dots \text{'Z'}) \{ \text{'A' } \dots \text{'Z' } \text{'0' } \dots \text{'9' } \text{' ' } \}^*$

Операторы '\&' и '|' левоассоциативны. Оператор '->' правоассоциативен. Операторы в порядке уменьшения приоритета: '!' , '\&' , '|' , '->' .

Имена переменных не содержат пробелов. Между символами одного оператора нет пробелов ('->' и '|-'). В остальных местах пробелы могут присутствовать. Символы табуляции и возврата каретки должны трактоваться как пробелы.

Формат выходных данных

Если входное доказательство неверно, выведите:

- если строка n доказательства не следует из предыдущих, выведите «Proof is incorrect at line n »;
- если последняя строка доказательства отличается от доказываемого утверждения из первой строки, выведите «The proof does not prove the required expression».

Иначе выведите доказательство. Каждая строка доказательства — узел дерева, пустых строк быть не должно (кроме последней строки). Дочерние узлы указываются перед родительским узлом. В начале строки — уровень узла в квадратных скобках, потом через пробел — формула, в конце строки — обозначение правила, также через пробел и в квадратных скобках. Для обозначения лжи используйте комбинацию «_|_»: подчёркивание (ASCII 95), вертикальная черта (ASCII 124), подчёркивание (ASCII 95). В остальном следуйте формату из примеров.

Доказанное во входном файле высказывание должно быть заключением самого верхнего правила. В данном высказывании отрицание термов ($\neg\varphi$) передавайте как $(\varphi \rightarrow \perp)$. В доказательстве вы можете пользоваться следующими правилами. Посылки правил должны идти в указанном порядке, переставлять их нельзя — однако, гипотезы в контексте могут быть произвольно переставлены.

Обозначение	Посылки	Заключение
Ax		$\Gamma, \varphi \vdash \varphi$
E- \rightarrow	$\Gamma \vdash \varphi \rightarrow \psi, \Gamma \vdash \varphi$	$\Gamma \vdash \psi$
I- \rightarrow	$\Gamma, \varphi \vdash \psi$	$\Gamma \vdash \varphi \rightarrow \psi$
I&	$\Gamma \vdash \varphi, \Gamma \vdash \psi$	$\Gamma \vdash \varphi \& \psi$
E1&	$\Gamma \vdash \varphi \& \psi$	$\Gamma \vdash \varphi$
Er&	$\Gamma \vdash \varphi \& \psi$	$\Gamma \vdash \psi$
I1	$\Gamma \vdash \varphi$	$\Gamma \vdash \varphi \vee \psi$
Ir	$\Gamma \vdash \psi$	$\Gamma \vdash \varphi \vee \psi$
E	$\Gamma, \varphi \vdash \rho, \Gamma, \psi \vdash \rho, \Gamma \vdash \varphi \vee \psi$	$\Gamma \vdash \rho$
E_ _	$\Gamma \vdash \perp$	$\Gamma \vdash \varphi$

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
$A \mid - A \rightarrow A$ $A \rightarrow A \rightarrow A$ A $A \rightarrow A$	$[3] A, A, A \mid - A [Ax]$ $[2] A, A \mid - A \rightarrow A [I \rightarrow]$ $[1] A \mid - A \rightarrow A \rightarrow A [I \rightarrow]$ $[1] A \mid - A [Ax]$ $[0] A \mid - A \rightarrow A [E \rightarrow]$
$A, C \mid - B'$ B'	Proof is incorrect at line 2

Замечание

Рассмотрим доказательство $A \rightarrow A$ (гильбертовский стиль). Входной файл, соответствующий доказательству, мог бы быть таким:

```

|-A->A
A->A->A
A->(A->A)->A
(A->A->A)->(A->(A->A)->A)->(A->A)
(A->(A->A)->A)->(A->A)
A->A

```

Поскольку утверждение может быть доказано следующим натуральным выводом:

$$\frac{A \vdash A}{\vdash A \rightarrow A}$$

То, соответственно, текст ниже будет корректным ответом на задачу.

```

[1] A|-A [Ax]
[0] |-A->A [I->]

```

Задача С. Формальная арифметика 2021

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Напишите программу, проверяющую доказательство в формальной арифметике на корректность.

Формат входных данных

$\langle \text{Файл} \rangle$::=	$\langle \text{заголовок} \rangle \backslash \langle \text{доказательство} \rangle$
$\langle \text{заголовок} \rangle$::=	' -' $\langle \text{выражение} \rangle$
$\langle \text{доказательство} \rangle$::=	{ $\langle \text{выражение} \rangle \backslash \langle \text{н} \rangle$ } ⁺
$\langle \text{выражение} \rangle$::=	$\langle \text{дизъюнкция} \rangle$ $\langle \text{дизъюнкция} \rangle$ '-' $\langle \text{выражение} \rangle$
$\langle \text{дизъюнкция} \rangle$::=	$\langle \text{конъюнкция} \rangle$ $\langle \text{дизъюнкция} \rangle$ ' ' $\langle \text{конъюнкция} \rangle$
$\langle \text{конъюнкция} \rangle$::=	$\langle \text{унарное} \rangle$ $\langle \text{конъюнкция} \rangle$ '&' $\langle \text{унарное} \rangle$
$\langle \text{унарное} \rangle$::=	$\langle \text{предикат} \rangle$ '!' $\langle \text{унарное} \rangle$ '(' $\langle \text{выражение} \rangle$ ')' ('@' '?') $\langle \text{переменная} \rangle$. $\langle \text{выражение} \rangle$
$\langle \text{переменная} \rangle$::=	'a' ... 'z'
$\langle \text{предикат} \rangle$::=	'A' ... 'Z' $\langle \text{терм} \rangle$ '=' $\langle \text{терм} \rangle$
$\langle \text{терм} \rangle$::=	$\langle \text{слагаемое} \rangle$ $\langle \text{терм} \rangle$ '+' $\langle \text{слагаемое} \rangle$
$\langle \text{слагаемое} \rangle$::=	$\langle \text{умножаемое} \rangle$ $\langle \text{слагаемое} \rangle$ '*' $\langle \text{умножаемое} \rangle$
$\langle \text{умножаемое} \rangle$::=	$\langle \text{переменная} \rangle$ '(' $\langle \text{терм} \rangle$ ')' '0' $\langle \text{умножаемое} \rangle$ ''

Коды символов: символ апострофа (') — 0x27, вертикальная черта (|) — 0x7c.

Формат выходных данных

Если доказательство корректно, проаннотируйте его. Первая строка должна повторять строку из входного файла, остальные строки доказательства должны быть предварены аннотацией:

- [n. Ax. sch. k], где n — номер выражения, а k — номер схемы аксиом: либо число от 1 до 12, либо A9.
- [n. Ax. k], где k — значение от A1 до A8.
- [n. M.P. k, l], [n. ?-intro k], [n. @-intro k] — для правил вывода. Смысл индексов для M.P.: если доказательство представлено формулами δ_i , то запись слева означает $\delta_l \equiv \delta_k \rightarrow \delta_n$.

Аннотации перечислены в порядке предпочтения: если выражение может быть обосновано, допустим, как аксиома A8 или как M.P., в ответе должно быть указано Ax. A8. В случае пересечения аксиом/схем указывайте аксиому/схему с минимальным номером; арифметические аксиомы/схемы идут после логических. Если выражение может быть получено при помощи одного правила вывода несколькими способами, предпочтение должно отдаваться наиболее ранним ссылкам в лексикографическом порядке: M.P. 1,10 предпочтительнее M.P. 10,1. Modus Ponens предпочтительнее правил с кванторами, правило с квантором существования предпочтительнее правила с квантором всеобщности (даже если номер исходной формулы для правила с квантором существования меньше). Также, аксиомы предпочтительнее правил вывода.

В выражениях должны быть расставлены все скобки в точности по одному разу (т.е. скобки вокруг всех унарных и бинарных выражений — кроме апострофов).

Если доказательство некорректно, выведите одну из следующих строк, в зависимости от типа ошибки. Ваша программа должна находить первое некорректное выражение в доказательстве, и для него указывать тип ошибки с минимальным номером (в соответствии со списком ниже):

1. Expression n: variable v occurs free in ?-rule.
2. Expression n: variable v occurs free in @-rule.
3. Expression n: variable v is not free for term t in ?-axiom.
4. Expression n: variable v is not free for term t in @-axiom.
5. Expression n is not proved.
6. The proof proves different expression.

Все строки доказательства, предшествующие некорректной, должны быть проаннотированы.

Столь подробные правила введены для того, чтобы упростить проверяющую программу: ответ сравнивается с эталонным на равенство; будьте внимательны.

Пример

стандартный ввод
-a+0=a (((a)+0))=a (@y.y+0*0'=y)->(?x.@y.x=y)
стандартный вывод
-((a+0)=a) [1. Ax. A5] ((a+0)=a) Expression 2: variable x is not free for term (y+(0*0')) in ?-axiom.