

9.2.a

$$a9(b+c) = (a+b) + c ?$$

База $b = 0$, $a + (0 + c) = a + (c + 0) = a + c = (a + 0) + c$

Переход $a + (x + c) = (a + x) + c$, тогда $a + (x' + c) = (a + x') + c$

$$\begin{aligned} a + (x' + c) &= a + (c + x') = a + (c + x')' = a + (x + c)' = (a + (x + c))' \\ (a + x') + c &= (a + x')' + c = c + (a + x')' = (c + (a + x))' = ((a + x) + c)' \end{aligned}$$

9.2.b

1. $a \cdot 0 = 0 \cdot a ?$

База $a = 0$, $0 \cdot 0 = 0 \cdot 0$

Переход Пусть $x \cdot 0 = 0 \cdot x$, тогда $x' \cdot 0 = 0 \cdot x'$

$$x' \cdot 0 = 0 = x \cdot 0$$

$$0 \cdot x' = (0 \cdot x) + 0 = 0 \cdot x$$

2. $a' \cdot b = a \cdot b + b ?$

База $b = 0$, $a' \cdot 0 = 0 = a \cdot 0 = a \cdot 0 + 0$

Переход Пусть $a' \cdot x = a \cdot x + x$, тогда $a' \cdot x' = a \cdot x' + x'$

$$\begin{aligned} a' \cdot x' &= a' \cdot x + a' = a \cdot x + x + a' = a \cdot x + a + x' \\ a \cdot x' + x' &= a \cdot x + a + x' \end{aligned}$$

3. $a \cdot b = b \cdot a ?$

База $b = 0$, $a \cdot 0 = 0 \cdot a$

Переход Пусть $a \cdot x = x \cdot a$, тогда $a \cdot x' = x' \cdot a$

$$a \cdot x' = a \cdot x + a = x \cdot a + a$$

$$x' \cdot a = x \cdot a + a$$

9.2.c

$$(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c ?$$

База $b = 0$, $(a+0) \cdot c = a \cdot c = a \cdot c + 0 = a \cdot c + 0 \cdot c$

Переход Пусть $(a+x) \cdot c = a \cdot c + x \cdot c$, тогда $(a+x') \cdot c = a \cdot c + x' \cdot c$

$$\begin{aligned} (a+x') \cdot c &= (a+x)' \cdot c = (a+x) \cdot c + c = a \cdot c + x \cdot c + c \\ a \cdot c + x' \cdot c &= a \cdot c + x \cdot c + c \end{aligned}$$

9.3.a

$$x \leq x + y ?$$

База $x = 0$, $0 \leq 0 + y \Leftrightarrow 0 \leq y$

Переход Пусть $a \leq a + y$, тогда $a' \leq a' + y$

$$a \leq a + y \Leftrightarrow a' \leq (a + y)' \Leftrightarrow a' \leq a' + y$$

9.3.b

$$a'' + b'' \leq (a'') \cdot (b'') ?$$

$$\begin{aligned} a'' + b'' \leq a'' + b'' + a \cdot b + a + b &\Leftrightarrow a'' + b'' \leq a \cdot b + a + b' + a' + b'' \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow a'' + b'' \leq (a') \cdot (b') + a' + b'' &\Leftrightarrow a'' + b'' \leq (a'') \cdot (b'') \end{aligned}$$