

# Практика 1

Луя Yaroshevskiy

13 мая 2023 г.

## Содержание

### 1 Интегралы по пути

1

#### 1 Интегралы по пути

- $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^3$
- $x(t), y(t), z(t)$

$$\int_{\gamma} Pdx + Qdy + Rdz = \int_a^b (P(x(t), y(t), z(t))x'(t) + Qy' + Rz')dt$$

$$\text{длина пути} = \int_a^b \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} dt$$

$$\int_{\gamma} f ds := \int_a^b f(x(t), y(t), z(t)) \cdot \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} dt$$

**Задача 1.** прямоугольный треугольник с вершинами  $O = (0, 0), B = (1, 0), A = (0, 1)$ .

*Решение.*

$$\int_{\Delta} (x + y) ds = \int_{OA} + \int_{AB} + \int_{OB}$$

*OA*

$$x(t) = t \quad y(t) = 0 \quad \sqrt{x'^2 + y'^2} = 1$$
$$\int_{OA} = \int_0^1 t \cdot 1 dt = \frac{1}{2}$$

*AB*

$$x(t) = t \quad y(t) = 1 - t \quad \sqrt{x'^2 + y'^2} = \sqrt{2}$$
$$\int_{AB} = \int_0^1 1 \cdot \sqrt{2} dt = \sqrt{2}$$

*OB*

$$x(t) = 0 \quad y(t) = t \quad \sqrt{x'^2 + y'^2} = 1$$
$$\int_{OB} = \frac{1}{2}$$

**Задача 2.** Парабола

$$\int_C (x^2 - 2xy)dx + (y^2 - 2xy)dy$$

Решение.

$$x(t) = t \quad y(t) = t^2 \quad t \in [-1, 1]$$

$$\int_C \dots = \int_{-1}^1 (t^2 - 2t) \cdot 1 + (t^4 - 2t^3) \cdot 2t dt$$

Используя обобщенную формулу Ньютона Лейбница для потенциальных векторных полей

$$\int P dx + Q dy + R dz$$

Убедимся, что поле не потенциальное

$$P'_y = Q'_x$$

$$P'_z = R'_x$$

$$Q'_z = R'_y$$