

Лекция 14

Луя Yaroshevskiy

13 мая 2023 г.

Содержание

Определение. PCP (ПСП) — Проблема соответствия Поста

- $|\Sigma| \geq 2$
- n пар слов: $\langle a_i, b_i \rangle$, $a_i, b_i \in \Sigma^*$

$(A, B) \in PCP$

$\exists i_1, i_2, \dots, i_k$

$i_j \in \{1, 2, \dots, n\}$

$k \geq 1$

$$a_{i_1} a_{i_2} \dots a_{i_k} = b_{i_1} b_{i_2} \dots b_{i_k}$$

Теорема 0.1. PCP не разрешим (но перечислим)

$$U_{TM} \leq_m PCP_1 \leq_m PCP$$

, где $PCP_1 = \{(A, B) \in PCP \mid \exists \text{ решение } i_1 = 1\}$

Лемма 1. $PCP_1 \leq_m PCP$

Доказательство. Доделать

□

Определение. Язык списка

- $x_1, x_2, \dots, x_n \in \Sigma^*$
- $I_n = \{\boxed{1}, \boxed{2}, \dots, \boxed{n}\}$
- $L_X \subset (\Sigma \cup I_n)^*$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow x_i S \boxed{i} & i = \overline{1, n} \\ S &\rightarrow \varepsilon \end{aligned}$$

Пример. $UAG = \{\Gamma \mid \Gamma \text{ — КС грамматика, } \forall x \text{ имеет } \leq 1 \text{ деревьев разбора}\}$

UAG — не разрешимый

$PCP \leq_m \overline{UAG}$

Доказательство. Построим язык $L_A \cup L_B$

$$\Gamma_{L_A \cup L_B} : \begin{aligned} S &\rightarrow A \\ S &\rightarrow B \\ A &\rightarrow \text{язык списка } A \\ B &\rightarrow \text{язык списка } B \end{aligned}$$

Если PCP имеет решение, то грамматика является неоднозначной. Если грамматика неоднозначная, то PCP имеет решение. Этим UAG сводится к PCP □

Пример. $DG = \{\langle \Gamma_1, \Gamma_2 \rangle \mid L_{\Gamma_1} \cap L_{\Gamma_2} \neq \emptyset\}$

DG — не разрешимый

Доказательство. Возьмем язык списка грамматики Γ_A и Γ_B . Они пересекаются тогда и только тогда, когда PCP имеет решение □

Пример. Задача о замощении $\text{TILING}_{4, \frac{1}{4}}$ — 4-сетка, $\frac{1}{4}$ плоскости

- Набор типов полимино $\mathbb{P} = \langle P_1, P_2, \dots, P_n \rangle$
- $\text{TILING}_{4, \frac{1}{4}} = \{ \mathbb{P} \mid \text{можно замостить } \frac{1}{4} \text{ плоскости полимино из } \mathbb{P} \}$

Доказательство. $\overline{\text{HALT}}_{TM} \leq_m \text{TILING}$ Доделать

□