

Лекция 12

Луа Yaroshevskiy

13 мая 2023 г.

Содержание

1	Абстрактные вычислители	1
1.1	Машина Тьюринга	1
1.2	Многодорожечная машина Тьюринга	2
1.3	Многоленточная машина Тьюринга	2

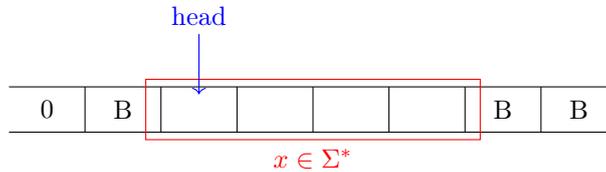
1 Абстрактные вычислители

1.1 Машина Тьюринга

Можно построить теорию вычислимости поставив в начало машину Тьюринга. Если существует машина Тьюринга, такая что останавливается на слове ...

Определение. Тезис Тьюринга-Черча —

Определение. Машина Тьюринга



- Ленточный алфавит Π
- $B \in \Pi$ — пробел
- Входной алфавит $\Sigma \subset \Pi$, $|\Sigma| \geq 2$
- $B \notin \Sigma$
- Q — конечной множество состояний
- $s, Y, N \in Q$
- $\delta : Q \times \Pi \rightarrow Q \times \Pi \times \{\leftarrow, \rightarrow, \downarrow\}$ — переходы

Пример. Язык 0^*

	0	1	B
S	S, 0 \rightarrow	N, 1, \downarrow	Y, B, \downarrow

Пример. Палиндромы

	0	1	B	x
S	r_0, x, \rightarrow			
r_0	$r_0, 0, \rightarrow$	$r_0, 1, \rightarrow$	c_0, B, \leftarrow	c_0, x, \leftarrow
c_0	l, x, \leftarrow	N		Y
l	$l, 0, \leftarrow$	$l, 1, \leftarrow$	s, B, \rightarrow	S, x, \rightarrow
r_1	$r_1, 0, \rightarrow$	$r_1, 1, \rightarrow$	c_1, B, \leftarrow	c_1, x, \leftarrow
c_1	l, x, \leftarrow	N		Y

Примечание. $0^n 1^n 2^n$ — не контекстно свободный, распознается машиной Тьюринга

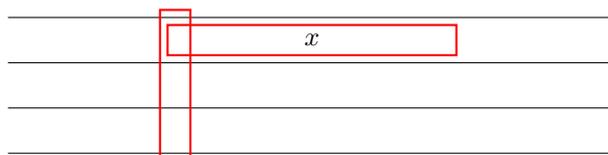
Определение. Машина Тьюринга — $\langle \Sigma, \Pi, B \in \Pi \setminus \Sigma, Q, s \in Q, Y \in Q, N \in Q, \delta \rangle$

Определение. Мгновенное описание машины Тьюринга (snapshot) — $\langle t, q, pos \rangle$, где t — слово на ленте (без trailing/leading пробелов), q — состояние, pos — позиция головки

Определение. $\langle t, q, pos \rangle \vdash \langle t', q', pos' \rangle$ — переходит за один шаг

Определение. $L(m) = \{x \mid \langle x, s, 1 \rangle \vdash^* \langle t, Y, pos \rangle\}$ — множество слов, допускаемых машиной Тьюринга

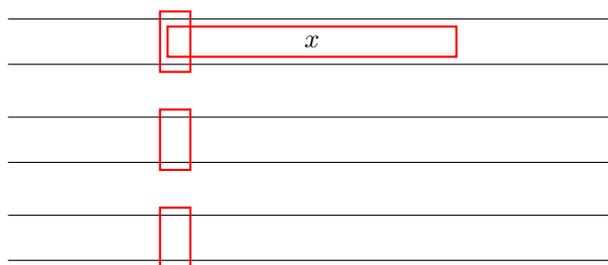
1.2 Многодорожечная машина Тьюринга



Определение. Одна головка, но k дорожек
 $\delta : Q \times \Pi^k \rightarrow Q \times \Pi^k \times \{\leftarrow, \rightarrow, \downarrow\}$

Лемма 1. МДМТ = МТ (равно по мощности), $\Pi^1 = \Pi^k$

1.3 Многоленточная машина Тьюринга



Определение. k дорожек, у каждой головка
 $\delta : Q \times \Pi^k \rightarrow Q \times \Pi^k \times \{\leftarrow, \rightarrow, \downarrow\}^k$

Теорема 1.1. МЛМТ \equiv МТ

Доказательство. k лент $\mapsto 2k$ дорожек $\mapsto 1$ лента □

Примечание. Многоленточная машина Тьюринга уже больше похожа на ‘обычный компьютер’:

- процессор
 - регистры
- память
 - данные
 - код
 - стек

Лента *входа* (только читаем). Для каждого типа памяти заведем ленту, и еще одну ленту для *регистров*, еще одну ленту для *счетчиков*. Ленту *счетчиков* используем для доступа к произвольному адресу в памяти *данных*.

Примечание. **Тезис Тьюринга-Черча** (и другие)

L — разрешим (перечислим) $\Leftrightarrow L$ можно распознать (полуразрешить, перечислить) на МТ.

Примечание. **Бонус**

T — время на компьютере, тогда на МТ — $\text{poly}(T)$

Примечание. Потребуем от МТ дополнительных ограничений:

- Лента односторонне бесконечной
- На ленту не записывается B

— **Экологичная МТ**

Примечание. Односторонняя бесконечная лента + не писать $B \equiv \text{МТ}$