

Дискретная Математика. Лекция 1

Конспекты

5 сентября

Содержание

1	План	1
2	Методы доказательства	1
2.1	Прямое	1
2.2	Индукция	1
2.3	От противного	1
2.4	Перебор	2
2.5	Комбинаторное доказательство	2
2.6	Принцип крайнего	2
2.7	Принцип Дирихле	2
3	Множества	2

1 План

- **Комбинаторика**
Материалы
 - чит. Шень
 - см. Омельченко
- **Теорию вер.**
Материалы:
 - чит. Бородин
 - см. Храбров
- **Графы**
Материалы:
 - чит. Карпов

2 Методы доказательства

2.1 Прямое

2.2 Индукция

Пример.

$$\begin{cases} 2^K \mapsto 2^{K+1} \\ K \mapsto K - 1 \end{cases}$$

Неравенство Коши для среднего арифметического и среднего геометрического

2.3 От противного

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\bar{B} \Rightarrow \bar{A})$$

Пример. $n^2 - \text{чет} \Rightarrow n - \text{чет?}$.] $n - \text{нечет}$. $n \cdot n - \text{нечет} = n^2$ Противоречие.

2.4 Перебор

Пример. Никакой квадрат не заканчивается на 7.

2.5 Комбинаторное доказательство

2.6 Принцип крайнего

Пример. Множество простых чисел бесконечно?] Простых чисел конечное число: $p_1 < p_2 < \dots < p_n$. $p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_n + 1$ – простое и больше p_i .

2.7 Принцип Дирихле

n ящиков, k кроликов. $k > n \Rightarrow \exists$ ящик в котором находится хотя бы 2 кролика. $k > m \cdot n \Rightarrow \exists$ ящик в котором находится хотя бы $m + 1$ кроликов.

Доказательство.] не так. Тогда в каждом ящике $\leq m$ кроликов. Тогда во всех ящиках $\leq m \cdot n$ кроликов. Противоречие. \square

3 Множества

Множества $A := \{7, \text{стул}, \text{Ъ}\}$.

- $7 \in A$
- $\{7\} \subset A$
- $|A| = 3$

Операции над множествами:

- $A \cap B := \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

Замечание. $|A \cap B| \leq |A|, |A \cap B| \leq |B|$

- $A \cup B := \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

Замечание. Если $A \cap B = \emptyset$, то $|A \cup B| = |A| + |B|$

Замечание.

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

- Разность $A \setminus B := \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$

Замечание. $|A \setminus B| = |A \cup B| - |B| = |A| - |A \cap B|$

- Дополнение $\bar{A} := \Omega \setminus A$

Замечание. $|\bar{A}| = |\Omega| - |A|$

- Симметрическая разность $A \Delta B = A \oplus B := \{x \mid (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \notin A \wedge x \in B)\}$

Замечание. $|A \oplus B| = |A \cup B| - |A \cap B|$

- Декратового произведения $A \times B := \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$

Обозначение. $A \times A = A^2$

Замечание. $|A \times B| = |A| \cdot |B|$